CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

DEFINICIÓN

Un **criterio de divisibilidad** consiste en una o varias condiciones que nos permiten saber si un número es divisible por otro sin necesidad de hacer la división. Su importancia es evidente: nos permite saber de antemano al hacer una división que ésta va a ser exacta. Aplicaciones importantes son: factorización para hallar mcm y MCD, y simplificación de fracciones.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

POR 2: Un número es divisible por 2 si su última cifra es par (el 0 es par).

Ejemplo: 234364 es divisible por 2 porque termina en 4, que es par
Ejemplo: 3463445 no es divisible por 2 porque termina en 5, que es impar

POR 3: Un número es divisible por 3 si al sumar sus cifras reiteradamente hasta obtener un número de un solo dígito, el resultado es 3, 6 ó 9.

Ejemplo: 340996884 es divisible por 3 porque sumando sus cifras obtenemos $3+4+0+9+9+6+8+8+4=51$. Al sumar de nuevo las cifras obtenemos $5+1=6$.
Ejemplo: 2305811 no es divisible por 3 porque sumando sus cifras obtenemos $2+3+0+5+8+1+1=19$. Al sumar de nuevo las cifras obtenemos $1+9=10$. Sumando de nuevo obtenemos $1+0=1$ que no es ni 3, ni 6, ni 9.

POR 4: Un número es divisible por 4 si el número formado por sus dos últimas cifras es divisible por 4.

Ejemplo: 34753424 es divisible por 4 porque el número formado por sus dos últimas cifras es 24, que es divisible por 4.
Ejemplo: 34986309 no es divisible por 4 porque el número formado por sus dos últimas cifras es 09, que no es divisible por 9.

POR 5: Un número es divisible por 5 si su última cifra es 0 ó 5

Ejemplo: 2349643045 es divisible por 5 porque su última cifra es 5.
Ejemplo: 238952303 no es divisible por 5 porque su última cifra es 3, que no es 0 ni 5.

POR 6: Un número es divisible por 6 si es divisible por 2 y por 3.

Ejemplo: 1003212 es divisible por 6 porque es divisible por 2 (su última cifra es par) y por 3 (la suma de sus cifras es $1+0+0+3+2+1+2=9$, que es múltiplo de 3).

Ejemplo: 1010132 no es divisible por 6 porque, aunque es divisible por 2 (su última cifra es par), no es divisible por 3 (la suma de sus cifra es $1+0+1+0+3+2=7$, que no es ni 3, ni 6, ni 9)

POR 9: Un número es divisible por 9 si al sumar sus cifras reiteradamente hasta obtener un número de un solo dígito, el resultado es 9.

Ejemplo: 968665095 es divisible por 9 porque sumando sus cifras obtenemos $9+6+8+6+6+5+0+9+5=54$, y sumando de nuevo obtenemos $5+4=9$.
Ejemplo: 211102 no es divisible por 9 porque sumando sus cifras obtenemos $2+1+1+1+0+2=7$, que no es 9.

POR 10: Un número es divisible por 10 si su última cifra es 0.

Ejemplo: 1230810 es divisible por 10 porque su última cifra es 0.
Ejemplo: 23185302 no es divisible por 10 porque su última cifra es 0.

POR 11: Un número es divisible por 11 si la diferencia entre la suma de las cifras en posición par y la suma de las cifras en posición impar es 0 ó múltiplo de 11.

Ejemplo: Para saber si 123456789 es múltiplo de 11, calculamos:
Suma de cifras en posición impar: $1+3+5+7+9=25$
Suma de cifras en posición par: $2+4+6+8=20$
Su diferencia es $25-20=5$, que no es ni 0 ni múltiplo de 11.
Por tanto, 123456789 no es divisible por 11.
Ejemplo: Para saber si 9176849 es múltiplo de 11, calculamos:
Suma de cifras en posición impar: $9+7+8+9=33$
Suma de cifras en posición par: $1+6+4=11$
Su diferencia es $33-11=22$, que es múltiplo de 11.
Por tanto, 9176849 es divisible por 11.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD AVANZADOS

Si un número n tiene la descomposición en factores primos $n=p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot\cdots\cdot p_k^{\alpha_k}$, entonces un criterio de divisibilidad por n es el siguiente:
POR *n*: Un número es divisible por n si es divisible por $p_1^{\alpha_1}$, por $p_2^{\alpha_2}$,…, y por $p_k^{\alpha_k}$.

Ejemplo: Como $12=2^2\cdot 3$, un criterio de divisibilidad por 12 es el siguiente: “Un número es divisible por 12 si es divisible por 2^2 y por 3”, es decir, “Un número es divisible por 12 si es divisible por 4 y por 3”.
Ejemplo: Como $1980=2^2\cdot 3^2\cdot 5\cdot 11$, un criterio de divisibilidad por 1980 es el siguiente: “Un número es divisible por 1980 si es divisible por 2^2, por 3^2, por 5 y por 11”, es decir, “Un número es divisible por 1980 si es divisible por 4, por 9, por 5 y por 11”.