

FRACCIONES. OPERACIONES SIMPLES

REDUCCIÓN A COMÚN DENOMINADOR

Reducir dos fracciones a común denominador es sustituirlas por otras equivalentes, de manera que ambas queden con el mismo denominador.

Ejemplo: para reducir a común denominador $\frac{1}{6}$ y $\frac{7}{10}$ hacemos:

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5}{30}, \quad \frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{21}{30}$$

Con lo que $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{10}$ reducidas a común denominador son $\frac{5}{30}$ y $\frac{21}{30}$.

Un método para reducir a común denominador es hallar el *mcm* de los denominadores. Las fracciones equivalentes que hallemos tendrán por denominador ese *mcm*.

Ejemplo: para reducir a común denominador $\frac{1}{6}$ y $\frac{7}{10}$ hacemos:

$$mcm(6,10) = 30$$

$$\frac{1}{6} = \frac{?}{30}. \text{ Vemos que hay que multiplicar por 5: } \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5}{30}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{?}{30}. \text{ Vemos que hay que multiplicar por 3: } \frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{21}{30}$$

Con lo que $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{10}$ reducidas a común denominador son $\frac{5}{30}$ y $\frac{21}{30}$.

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Para comparar fracciones hay que reducirlas a común denominador.

Ejemplo: Para comparar las fracciones $\frac{1}{6}$ y $\frac{7}{10}$ las reducimos a común denominador,

quedando (ver ejemplo anterior) $\frac{5}{30}$ y $\frac{21}{30}$.

Como $\frac{5}{30} < \frac{21}{30}$, entonces $\frac{1}{6} < \frac{7}{10}$.

OPERACIONES CON FRACCIONES

Las operaciones con fracciones son: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

1.- Suma de fracciones: Si tienen el mismo denominador, se suman los numeradores y se deja el denominador común: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

Ejemplo: $\frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{2+7}{5} = \frac{9}{5}$

Si tienen distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador y se procede como el caso anterior.

Ejemplo: Para calcular $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$ reducimos a común denominador:

$mcm(8,6) = 24$. Hallamos fracciones equivalentes con denominador 24:

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}, \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}.$$

Por lo tanto, calculamos la suma:

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{9}{24} + \frac{4}{24} = \frac{9+4}{24} = \frac{13}{24}$$

Un caso particular se da al sumar una fracción y un número entero. Basta convertir el número entero en fracción poniéndolo con denominador 1 y calcular.

Ejemplo: $3 + \frac{2}{5} = \frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 5} + \frac{2}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = \frac{15+2}{5} = \frac{17}{5}$

2.- Resta de fracciones: Se procede exactamente igual que con la suma de fracciones.

3.- Multiplicación de fracciones: Se multiplican numeradores y denominadores en línea:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplos: $\frac{3}{4} \cdot \frac{-2}{7} = \frac{3 \cdot (-2)}{4 \cdot 7} = \frac{-6}{28} = -\frac{6}{28} = -\frac{6:2}{28:2} = -\frac{3}{14}$

$$3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5}$$

Se llama fracción inversa a aquella que resulta de intercambiar numerador y denominador: $Inv\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{b}{a}$. El producto de una fracción por su inversa es siempre 1, ya

$$\text{que } \frac{a}{b} \cdot Inv\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = \frac{ab}{ab} = 1.$$

Ejemplos: $Inv\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{5}{2}$; $Inv\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{4}{1} = 4$; $Inv(3) = Inv\left(\frac{3}{1}\right) = \frac{1}{3}$

4.- División de fracciones: Para dividir una fracción entre otra multiplicamos la primera fracción por la inversa de la segunda: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \text{Inv}\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Ejemplos:

$$-\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = -\frac{2}{5} \cdot \text{Inv}\left(\frac{3}{7}\right) = -\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = -\frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = -\frac{14}{15}$$

$$2 : \frac{4}{5} = \frac{2}{1} : \frac{4}{5} = \frac{2}{1} \cdot \text{Inv}\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5} \cdot \text{Inv}(2) = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Para la fracción de una fracción, hay que tener en cuenta que fracción significa división.

$$\text{Así, } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d}.$$

Ejemplo: $\frac{\frac{2}{9}}{\frac{6}{7}} = \frac{2}{9} : \frac{6}{7} = \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{6} = \frac{2 \cdot 7}{9 \cdot 6} = \frac{14}{54} = \frac{7}{27}$

5.1.- Potenciación de fracciones con exponente positivo: Para elevar una fracción a un número, se elevan el numerador y el denominador a ese número: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Ejemplo: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

5.2.- Potenciación de fracciones con exponente negativo: Una fracción elevada a un exponente negativo es igual a la inversa de la fracción elevada al exponente positivo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

Ejemplos: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = 2^3 = 8$$

$$4^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1^3}{4^3} = \frac{1}{64}$$

6.- Radicación de fracciones: La raíz de una fracción se calcula haciendo la raíz del numerador y del denominador: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$.

Ejemplos: $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{2}{5}$, $\sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$

FRACCIÓN DE OTRA FRACCIÓN

Para hacer la fracción de otra fracción, se multiplican ambas fracciones.

Ejemplo: Los $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{7}$ son $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$.

EJERCICIOS NIVEL 1

1.- Calcula:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

c) $\frac{5}{3} + \frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$

e) $\frac{1}{6} + \frac{7}{8}$

f) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$

g) $\frac{3}{10} + \frac{2}{15}$

h) $\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$

2.- Calcula:

a) $1 + \frac{1}{5}$

b) $1 - \frac{3}{5}$

c) $2 + \frac{2}{7}$

d) $2 - \frac{5}{3}$

3.- Calcula:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{4}{5}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{5}$

d) $\frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20}$

e) $1 - \frac{3}{10} - \frac{8}{15}$

f) $1 - \frac{4}{15} - \frac{2}{5}$

g) $\frac{5}{2} - 2 + \frac{1}{10}$

h) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{7}{12} - \frac{1}{3}$

4.- Calcula:

a) $5 \cdot \frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{4} \cdot 3$

c) $\frac{3}{4} \cdot 2$

d) $(-5) \cdot \frac{3}{10}$

5.- Calcula:

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$

c) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$

d) $\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{11}$

e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{10}{15}$

f) $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{9}$

g) $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5}$

h) $\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5}$

6.- Calcula:

a) $5 : \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2} : 5$

c) $\frac{3}{2} : 6$

d) $7 : \frac{14}{3}$

e) $\frac{2}{5} : 3$

f) $5 : \frac{10}{3}$

g) $1 : \frac{4}{5}$

h) $3 : 5$

7.- Calcula:

a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{7} : \frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{7} : \frac{5}{2}$

e) $\frac{2}{11} : \frac{1}{5}$

f) $\frac{7}{4} : \frac{5}{3}$

g) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$

h) $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$

i) $\frac{3}{2} : \frac{5}{6}$

j) $\frac{4}{3} : \frac{1}{3}$

k) $\frac{2}{5} : \frac{4}{10}$

l) $\frac{5}{9} : \frac{5}{12}$

8.- Expresa como una fracción:

a) El triple de dos séptimos.

b) La mitad de la mitad.

c) La mitad de un cuarto.

d) La cuarta parte de un tercio.

e) Un tercio de tres cuartos.

EJERCICIOS NIVEL 2

1.- Calcula:

a) $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3}$

b) $\frac{4}{9} + \frac{5}{6} - \frac{7}{18}$

c) $\frac{3}{7} - \frac{2}{5} + \frac{27}{35}$

d) $\frac{5}{6} - \frac{1}{10} - \frac{1}{5}$

e) $\frac{13}{12} - \frac{5}{8} - \frac{5}{6}$

f) $\frac{3}{4} - \frac{7}{10} - \frac{4}{5}$

g) $2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

h) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{10}$

2.- Calcula:

a) $\frac{2}{(-3)} \cdot 12$

b) $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot 7$

c) $\frac{5}{3} \cdot (-12)$

d) $\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (-18)$

e) $\frac{(-3)}{5} \cdot \frac{(-5)}{3}$

f) $\frac{1}{14} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)$

g) $\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)$

h) $\left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(-\frac{18}{35}\right)$

3.- Calcula:

a) $\frac{2}{3} : \left(-\frac{1}{7}\right)$

b) $\left(-\frac{1}{5}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)$

c) $\frac{2}{11} : \left(-\frac{3}{7}\right)$

d) $\frac{(-3)}{5} : \frac{2}{(-9)}$

4.- Calcula:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^0$

d) $\left(\frac{1}{10}\right)^6$

5.- Calcula de esta forma: $\frac{15^4}{5^4} = \left(\frac{15}{5}\right)^4 = 3^4 = 81$:

a) $\frac{12^3}{4^3}$ b) $\frac{8^5}{4^5}$ c) $\frac{5^4}{10^4}$ d) $5^2 \cdot \left(\frac{1}{15}\right)^2$ e) $(-4)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$ f) $10^2 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right)^2$

6.- Reduce y calcula:

a) $\frac{6^4 \cdot 3^4}{9^4}$

b) $\frac{2^5 \cdot 3^5}{6^5}$

c) $\frac{4^3 \cdot 3^3}{12^3}$

d) $\frac{5^7 \cdot 4^7}{(-20)^7}$

e) $\frac{4^2 \cdot (-3)^2}{18^2}$

f) $\frac{(-6)^5 \cdot (-3)^5}{36^5}$

g) $\frac{x^7 \cdot x^{10}}{x^{12}}$

h) $\frac{a^3 \cdot a^7}{a^4 \cdot a^5}$

7.- Reduce a una sola potencia:

a) $x^5 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^3$

b) $\left(\frac{1}{z}\right)^6 \cdot z^4$

c) $\left(\frac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^3$

d) $\left(\frac{z}{m}\right)^4 \cdot \frac{z}{m}$

e) $\left(\frac{x}{y}\right)^4 \cdot \frac{y}{x}$

f) $\left(\frac{1}{z}\right)^3 : z$

g) $\left(\frac{x}{y}\right)^2 : \frac{y}{x}$

h) $\frac{z}{m} : \left(\frac{z}{m}\right)^3$

8.- Calcula:

a) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$

b) $\sqrt[3]{\frac{64}{216}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{3375}{1000}}$

d) $\sqrt{\frac{16}{25}}$